

基于 Radon 变换的二维图像零交叉线——二元树识别算法

王耀明, 张 刚

(上海师范大学理工信息学院, 上海 200234)

摘 要: 提出了一种较为有效的图像识别算法. 本文把 Radon 变换的抗噪声和降维性能和零交叉指纹图的多尺度分析特点结合起来, 并将二元树结构作为表示零交叉指纹图的工具, 提出了一种判别方法, 在图像识别中取得了较好效果.

关键词: 图像识别; Radon 变换; 零交叉指纹图; 二元树

中图分类号: T391 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2001)10-1421-03

ZC and BT Recognition Arithmetic Based on Radon Transform for Planar Images

WANG Yao-ming, ZHANG Gang

(Science-Tec & Information college, Shanghai Teachers University, Shanghai 200234, China)

Abstract: This article puts forward a more efficient arithmetic for image recognition. We combine anti noise and reduce dimension performance of Radon transform and multi resolution analysis of ZC(zero crossing) fingerprint graph and use BT(binary tree) as a tool for ZC fingerprint graph expression. Thus we put forward a distinguish method, and it acquired a better effect in image recognition.

Key words: image recognition; Radon transform; ZC fingerprint graph; binary tree

1 引言

Radon 变换具有较强的抗噪声性能, 在图像分析和信号重构中得到有效的应用. 由于它的降维功能, 使图像分析变得更加简单. Tom. Malzbender 在文[7]中详细地介绍了把 Radon 变换和付里叶变换应用在三维图像层次剖析中的方法. Rayman Milanfar 成功地采用 Radon 变换和 Legendre 矩, 实现了二维图像的层次分析和信号重构^[6]. 使用多尺度滤波器对图像进行边缘检测, 可以得到零交叉线指纹图. 由于其唯一性和单调性, 可以从零交叉线指纹图重构信号. Yulik^[3], Wu^[2], Babaud^[4]在他们的论文中对此作了详细的阐述. Cong 和 Ma^[5]对如何求解零交叉指纹图提出很好的方法. 本文用 Radon 变换, 把二维图像转换成一维信号, 采用零交叉线指纹图和二元树相结合的方法, 表示二维图像的特征, 提出了分层次的判别标准和总的图像判别准则, 取得了较好的效果.

2 Radon 变换简介

2.1 Radon 变换

定义 1 设函数 $f(x, y) \in L^2(D)$, 则 $f(x, y)$ 的 Radon 变换 $g(t, \theta)$ 可表示如下(见图 1):

$$g(t, \theta) = \iint_D f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy \quad (1)$$

一般采取规范化的表示式(即 $-1 \leq t \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$). 对于某一固定的 θ_i 值, 为了表达方便, 把 $g(t, \theta_i)$ 简写成 $g_i(t)$ 则式(1)可写成

$$g_i(t) = \iint f(x, y) \delta(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - t) dx dy \quad (-1 \leq t \leq 1) \quad (2)$$

2.2 本原坐标系^[1]

为了使图像在 Radon 变换后相互对应, 本文中采用了由矩函数定义的本原坐标系来作为各图像的统一坐标系. 本原坐标系是穿过图像矩心的某一参考坐标. 求解本原坐标系的具体步骤如下: (1) 在 x, y 坐标系下求图像 $f(x, y)$ 的矩心 (x_0, y_0) , $x_0 = m_{01}/m_{00}$, $y_0 = m_{10}/m_{00}$; m_{00} , m_{01} , m_{10} 分别为 $f(x, y)$ 的 0 阶和 1 阶矩. (2) 求本原坐标系的一个坐标轴与 x 轴的夹角 φ

$$\varphi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \right) \quad (3)$$

μ_{11} , μ_{20} , μ_{02} 为图像 $f(x, y)$ 在 x, y 坐标系下的二阶中心矩;

新坐标系 x'', y'' 就是本原坐标系(如图 2), 它以 (x_0, y_0) 为原点, x'' 轴和 x 轴成 φ 角(不失一般性). 在以后的分析中, 设图像均为本原坐标系下, 并仍记为 x, y 和 $f(x, y)$.

2.3 Radon 函数集

在本原坐标系 (x, y) 下, 对图像 $f(x, y)$ 作 Radon 变换. 把 $\theta: 0 \sim \pi$ 分成 n 等分, θ 的离散值为 $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{n-1}$, 则由式(2)可得到相应的 Radon 函数集为 $g_0(t), g_1(t), \dots, g_{n-1}(t)$.

3 零交叉线和二元树

3.1 零交叉线

设函数 $f(x)$ 在区间 L 上绝对可积, $h(x, \sigma)$ 为满足下列

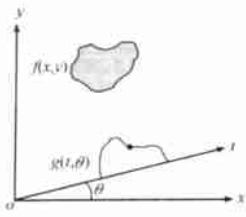


图 1

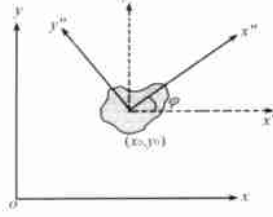


图 2

三个条件的多尺度平滑滤波器:

- i $h(x, \sigma)$ 为偶函数, 且当 $|x| \rightarrow \infty$ 时, $h(x, \sigma) \rightarrow 0$;
- ii $\int_{-\infty}^{\infty} h(x, \sigma) dx = 1$;
- iii $h(x, \sigma)$ 二阶可微 (c^2 连续);

对不同尺度 σ , 可求得 $f(x)$ 和 $h(x, \sigma)$ 的二阶微分的卷积

$$g(x, \sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) h''_x(x-t, \sigma) dt.$$

定义 2 令 $g(x, \sigma) = 0$, 则在 $x - \sigma$ 平面上的曲线图 ((x, σ) 点集) 称为零交叉指纹图.

用 $Z(f(x), \sigma)$ 表示:

$$Z(f(x), \sigma) = \{ (x, \sigma) : g(x, \sigma) = 0, \sigma > 0 \} \quad (4)$$

一般 $h(x, \sigma)$ 取高斯函数或三阶 B 样条函数, 本文采用高斯函数. 零交叉线有以下的特征: (a) 给定 $Z(f(x), \sigma)$, $f(x)$ 可在相差一个常数因子下唯一确定^[3]; (b) 采用高斯函数作尺度函数时, $Z(f(x), \sigma)$ 具有很好的单调性, 即当 σ 增长时, 成对的零交叉点会交汇在一起而使零交叉逐渐减少. (如图 3 所示)^[3, 4]

3.2 二元树表示零交叉线

成对的零交叉点在 σ 增长时, 交汇于一点, 该点称为交汇点. 设这些交汇点在 $x - \sigma$ 平面中从上往下 (即 σ 从大到小) 从左到右的 x 轴的坐标为 x_0, x_1, x_2, \dots , 那么按照它出现的先后 (σ 从大到小) 和 x 轴坐标位置, 可构成一棵二元树.

- (1) 以 x_0 为根;
- (2) 凡是 x 轴坐标大于根结点坐标的交汇点, 都在它的右子树中, 反之则在它的左子树中. 右(左)子树的根是当 σ 从大到小变化时, 第一个出现在根右边(左边)的交汇点(为 $x_2(x_1)$);
- (3) 当 σ 从大到小变化时, 对于每个交汇点, 重复步骤(2), 直至所有的交汇点都进入二元树.

组成二元树的每个结点的域为 (x_n, c_n, n) , 其中 x_n 为其相应的交汇点的 x 轴坐标, c_n 为它相应的曲率 $f(x_n)$, n 为它的结点编号. 为了以后运算的方便, 把该二元树改组成一棵完全二元树, 即在某些位置上放置空结点 (它们的域为 $(0, 0, n)$), 如图 4 所示 (其中 x_7, x_8 为空结点). 由完全二元树的结构可知, 父结点的编号 $n_{\text{父}}$ 和子结点的编号 $n_{\text{左}}, n_{\text{右}}$ 之间有如下关系:

$$n_{\text{左}} = 2n_{\text{父}} + 1, n_{\text{右}} = 2n_{\text{父}} + 2 \quad (5)$$

图 3 对应的二元树结构如图 4 所示, 其中 x_7, x_8 为空结点.

3.3 二元树的相关度

设由上述方法构成的两棵完全二元树 T_1 和 T_2 , 如果它们的结点数不同, 可在某棵树上添加适当的空结点, 以保证该二元树结构完全相同. 对它们相应的结点 n 所代表的子树的

相关度定义如下:

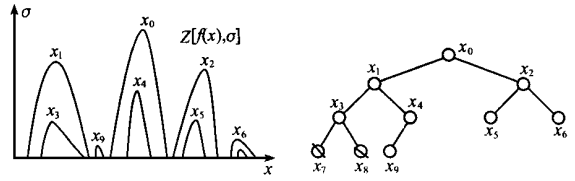


图 3

图 4

定义 3 结点数为 N 的二元树 T_1 和 T_2 的第 n 结点所代表的子树之间的相关度为

$$S_n = f_n (0.5 H_n + 0.5 (\frac{S_{2n+1}}{2} + \frac{S_{2n+2}}{2})) \quad (6)$$

或 $S_n = f_n \cdot H_n$ (当 n 为叶结点时)

其中 $H_n = 1 - |x_n^1 - x_n^2| / \text{Max} |x_i^1 - x_i^2|$ ($i = 0, 1, 2, \dots, N$)

它反映了 T_1 和 T_2 相应结点的坐标的相对接近程度.

$$f_n = \begin{cases} 0, & C_n^1 \text{ 和 } C_n^2 \text{ 符号不同或一个为 0 另一个不为 0} \\ 1, & C_n^1 \text{ 和 } C_n^2 \text{ 符号相同或一个为 0 另一个也为 0} \end{cases}$$

上标 1, 2 分别代表 T_1 和 T_2 , n 为结点编号, c_n 为相应的曲率 $f(x_n)$. 公式(6) 反映了结点 n 所代表的子树的相关度, 当它们的曲率 $f(x_n)$ 符号不同时为 0, 相同时为它们的左右子树相关度的平均值和根结点 n 坐标的相对接近程度的加权平均, 权重系数 (它反映了子树的影响程度, 即图像细节的影响程度) 可通过实验决定, 本文中它们均取为 0.5.

定义 4 二元树 T_1 和 T_2 的相关度为 S_0 .

4 二维图像的识别准则

设图像库中的第 j 幅图像经 Radon 变换后得到函数集 $g_1^j(t), g_2^j(t), \dots, g_n^j(t)$, 每个函数 $g_i^j(t)$ 的零交叉线和其相应的二元树已经求得, 则该图像的总的构造树结构如图 5 所示. 每个子树 $R_1^j, R_2^j, \dots, R_n^j$ 分别对应于函数 $g_1^j(t), g_2^j(t), \dots, g_n^j(t)$. 设所求得的被识别图像的构造树 R 的子树为 $R_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 则该图像和图像库中的第 j 幅图像的相似度为:

$$S^j = \frac{1}{n} \sum_i S_i^j \quad (7)$$

式中 S_i^j 为两幅图像的第 i 棵子树的相关度.

5 实验和结论

为了验证本算法的有效性, 选择较为复杂的人脸图片库进行实验研究. 选择 10 幅 90×110 像素的人脸作为训练样本图像库中的图像 (如图 6). 对每幅图像在 $0 \sim \pi$ 之间 4 等分作 Radon 变换, 按上文所述方法得到它们对应的构造树.

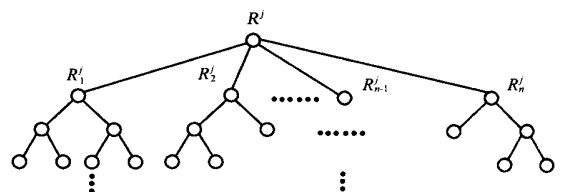


图 5



图 6

的灰度分布特征。②由于二元树结构对零交叉点位置的敏感性, 提高了不同图像的相似度间的欧几里得距离。③因为采用了本原坐标系和规范化的 $g(t, \theta)$ 表示式, 本算法对图像的平移、旋转和尺度变化均不敏感。④对光照度变化的情况, 如果进行预处理, 其识别正确率会有所提高。

参考文献:

- [1] R Mukundan. Moment Function in Image Analysis [M]. World Scientific Publishing Co. Ltd. 1998.
- [2] L D Wu, et al. Scaling theorem for zero crossing [J]. IEEE Trans. PAMI, 1990, PAMF 12.
- [3] A L Yuille, et al. Scaling theorem for zero crossing [J]. IEEE Trans. PAMI, 1986, PAMF 8.
- [4] J Babaud, et al. Uniqueness of the gaussian kernel for scaling space filtering [J]. IEEE Trans. PAMI, 1986, PAMF 8.
- [5] G Cong, S D Ma. Nonlinear diffusion for early vision [A]. Proc. of 13th ICPR [C], Vienna, Austria, Aug. 1996.
- [6] Peyman Milanfar. A moment based variational approach to tomographic reconstruction [J]. IEEE Trans on Image Processing, 1996, 5(3).
- [7] Tom Malzbender. Fourier volume rendering [J]. ACM Trans On Graphics, 1993, 12(3).

作者简介:

王耀明 男. 1945 年 10 月 11 日出生于上海市南汇县. 北京大学无线电电子学系本科毕业, 上海师范大学计算机应用和网络专业硕士. 现为上海师范大学理工信息学院副教授; 目前主要研究领域为图像信息处理, 计算机视觉, 计算机图形学等.



张刚 男. 1976 年 10 月 13 日出生于山东省费县. 上海师范大学物理系本科毕业, 现为上海师范大学理工信息学院信息和通信专业硕士研究生.



图 7

然后, 抽出库中的某一幅图像, 分别进行(1) 旋转; (2) 尺度变化; (3) 光照度线性变化; (4) 加入高斯噪声; (5) 加入“Salt & Pepper”噪声, 后三项如图 7 所示; 同样提取它们的构造树, 按式(7) 计算得到其与库中图像的相似度如表 1 所示.

表 1

	旋转 20°	放大 1.3 倍	亮度变化	Salt&Pepper	Gaussian
1	0.7487	0.6502	0.8594	0.6894	0.7996
2	0.1879	0.0021	0.1669	0.2989	0.1661
3	0.3096	0.3098	0.5739	0.3589	0.6104
4	0.3086	0.2898	0.3107	0.085	0.4498
5	0.3704	0.4008	0.4467	0.2618	0.4056
6	0.2848	0.3208	0.261	0.1469	0.2711
7	0.1184	0.1053	0.3815	0.2927	0.3999
8	0.2248	0.2378	0.3141	0.2257	0.2802
9	0.2401	0.2686	0.4075	0.2393	0.4281
10	0.3932	0.3763	0.2208	0.1369	0.2248

这是一个比较理想的结果. 然后, 我们对库中 10 幅图像均作上面的五种操作, 并进行识别. 结果第(1) 种情况识别正确率为 100% (10/10), 第(2) 种情况识别正确率也为 100% (10/10), 第(3) 种情况为 80% (8/10), 第(4) 种情况为 90% (9/10), 第(5) 种情况为 90% (9/10), 平均识别率 92%.

为了进一步的验证本算法的有效性, 我们用 500 幅图像组成的库作上面的五种操作, 并进行识别. 结果第(1) 种情况识别正确率为 96.8% (484/500), 第(2) 种情况识别正确率也为 95.4% (477/500), 第(3) 种情况为 78.4% (392/500), 第(4) 种情况为 88.2% (441/500), 第(5) 种情况为 92.6% (463/500), 平均识别率 90.3%. 分析上面的实验结果, 可以看到, 本算法对于尺度、旋转和噪声均具有较强的适应性, 有较高的识别率。①通过 Radon 变换和其零交叉线表示, 很好的反映了图像